

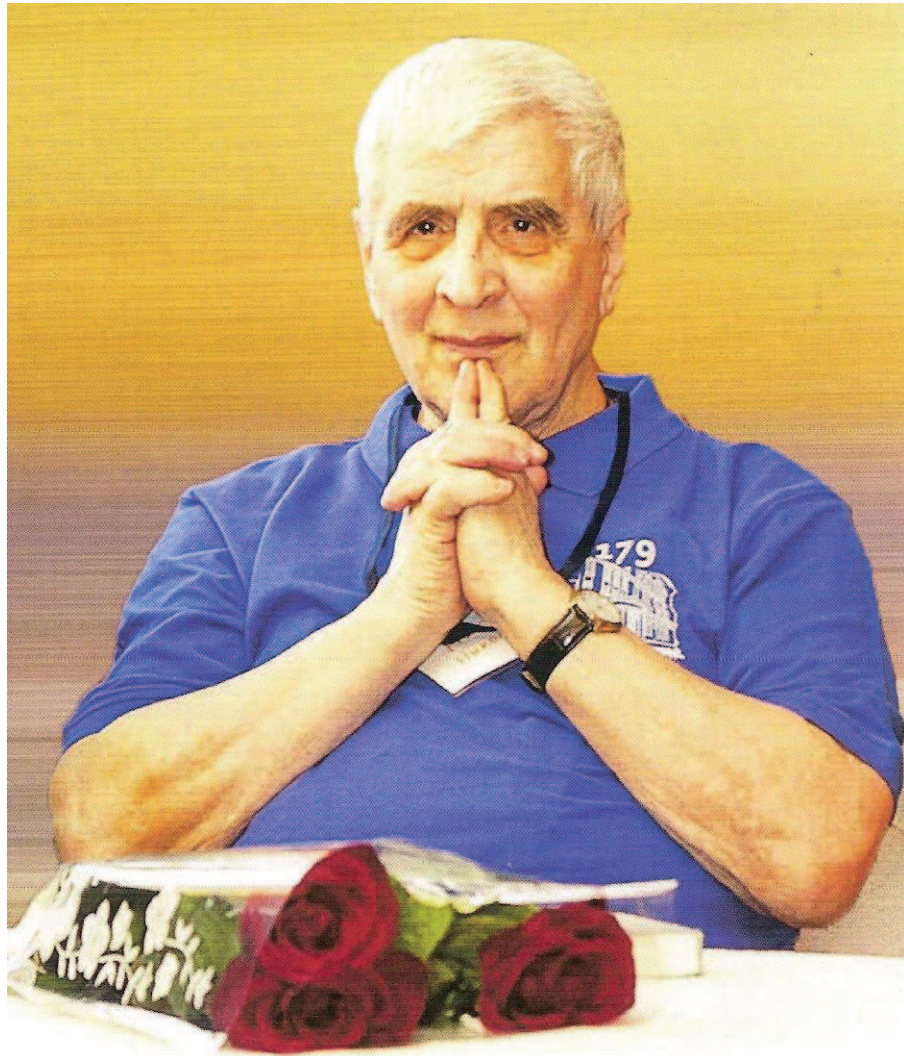
Константиновский сборник

К Дню математика ГБОУ Школа 179 г. Москвы
21 февраля 2026 г.

Приложение к журналу «Математическое образование».
Серия «Образование: история, персоналии, проблемы»

Выпуск 2 (12), февраль 2026 г.

Москва, 2026



Константиновский сборник

179



К Дню математика ГБОУ Школа 179 г. Москвы
21 февраля 2026 г.

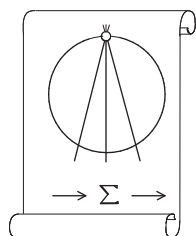
Приложение к журналу «Математическое образование».
Серия «Образование: история, персоналии, проблемы»

Выпуск 2 (12), февраль 2026 г.

Москва, 2026

Приложение к журналу “Математическое образование”

ISSN 1992-6138



Издатель и учредитель: Фонд
математического образования и просвещения
117419 Москва, ул. Донская, д. 37

Редактор серии Комаров С.И.

Ответственный за выпуск Имайкин В.М.

Выпуск 2 (12), 2026 г.

©“Математическое образование”, составление, 2026 г.

Представляем вниманию читателя сборник различных материалов, подготовленный к Дню математика ГБОУ Школа 179 г. Москвы 21 февраля 2026 г.

Адрес электронной почты для материалов: matob@yandex.ru

Подписано в печать 16.02.2026. Объем 2,5 п.л. Тираж 150 экз. Цена свободная.

Константиновский сборник

Приложение к журналу «Математическое образование».
Серия «Образование: история, персоналии, проблемы»

Выпуск 2 (12), февраль 2026 г.

Содержание

<i>Всеволод Борисов. О нашем давнем знакомстве (о Николае Николаевиче Константинове)</i>	1
<i>Виктор Левин. Учились вместе, ходили в КЮБЗ. Lev Babat. Воспоминания о друге Лёве и увлечении биологией, физикой и математикой</i>	4
<i>От редакции. Несколько курсов матанализа в листках. Сводка тем</i>	13
<i>Андрей Рябичев. Избранные листки по математике</i>	21
<i>Из архивов НМУ. Первые месяцы НМУ в протоколах</i>	29
<i>Снимки представил директор школы П.А. Якушкин. Жизнь школы в фотографиях</i>	36

Воспоминания о Н.Н. Константинове

О нашем давнем знакомстве (о Николае Николаевиче Константинове)

Всеволод Борисов

Это знакомство (мое и моих студенческих друзей) насчитывает уже 57 лет.

В сентябре 1955 года мы, страшно довольные тем, что нам удалось поступить на физический факультет МГУ, с волнением ожидали, что за этим последует. На первый наш семинар по математическому анализу пришел в качестве руководителя совсем еще молодой преподаватель, сам только что окончивший физический факультет — ему тогда было всего 23 года.

Он начинает с того, что формулирует условия 5 задач в пределах школьной математики — чуть более сложных по сравнению с обычными школьными задачами. Например: сколько нулей имеет цифра 100! Другая задача: написать последовательность чисел, включающую все рациональные обыкновенные дроби. Преподавателя интересует не столько само решение, а то, как мы к нему пришли — цепочка математических рассуждений.

Все задачи мы довольно быстро решили, а потом нам преподаватель сообщил, что только что он вел семинар у студентов второго курса, и там те же задачи вызвали значительно больше трудностей.

Хотя он для нас — преподаватель, но разница в возрасте — всего-то 5-6 лет. И как-то само собой получилось, что мы все вскоре стали называть его просто Колей. Сначала за глаза, потом — при личном общении, а еще через несколько лет и вовсе перешли на «ты». Я и дальше буду называть его просто Колей. Имя не такое редкое, но для нас это — совершенно уникальный Коля.

На первом же занятии он вскользь сообщает нам, что мы, если хотим, можем посещать на мехмате семинар по теории множеств профессора Ландиса. Я посетил несколько занятий этого семинара и понял, что там собрались в основном бывшие участники математических кружков. И сам семинар проводился в форме, больше напоминающей занятие такого кружка. Как раз такими кружками в свои студенческие годы активно занимался Коля Константинов. И те задачи, которые он нам дал на первом семинаре, — это фактически были кружковские задачи.

В другой раз Коля сообщил нам, что есть возможность посетить мастерскую знаменитого скульптора С. Эрзы, недавно вернувшегося из эмиграции, — если хотим, можем составить ему компанию. И мы все вместе едем на Новопесчаную улицу, спускаемся в мастерскую скульптора, расположенную в подвальном помещении.

В последующие годы — и в студенческое время, и после окончания университета — общение с Колей запомнилось его многочисленными юморесками-арабесками.

Вот он приходит, держит в руках книгу, показывает на выписанные в ряд фамилии авторов: А. Яглом, И. Яглом, А.Я. Хинчин. И воспроизводит эти фамилии в форме беседы:

- А я — Глом.
- И я — Глом.
- А я — Хинчин.

В другой раз он сообщает нам, что написал воспоминания, озаглавленные «Мои встречи с Микояном». Первая фраза воспоминаний: «Всего я встречался с А.И. Микояном один раз».

Как-то он собрал нескольких студентов, мы зашли в одну из комнат общежития, и он нам предложил «петь Лазаря», т.е. буквально воспроизвести известное церковное песнопение. У него в руках была потрепанная книжка с белыми стихами про Лазаря и нотами. Мы пытались воспроизвести это песнопение по нотам, но без музыкального инструмента у нас плохо получалось.

Это тоже было характерно для Коли: его интересовали самые различные стороны жизни.

Казалось бы, чего ради вспоминать об этих юморесках при его многочисленных и намного более серьезных достижениях. Но эти юморески всегда придавали Коле неотделимый от его яркой личности своеобразный шарм.

Один раз мне довелось быть у Коли дома — как мне помнится, он жил где-то в районе шоссе Энтузиастов. Поводом был трагический случай: осенью 1961 года покончил с собой необычайно одаренный студент Слава Цуцков. Я тогда уже был студентом группы биофизиков и для нас Слава был тем студентом, который при отборе в третью по счету группу биофизиков всеми шестью членами «жюри» был признан несомненным кандидатом номер один. Но в группу биофизиков его не зачислили: инспектор курса, печально знаменитая Серна Санна (Вера Александровна) решила «наказать» Славу за какие-то мелкие (при том фактически вынужденные) нарушения дисциплины. Мы, биофизики, все равно считали Славу своим и его смерть приняли близко к сердцу, пытались выяснить все детали, почему так произошло. В газете «Известия» об этом написала две статьи известная писательница Фрида Абрамовна Вигдорова. И я узнал, что Славу очень хорошо знал Коля Константинов: Слава был его «кружковцем», и Коля многократно встречался с ним уже после того, как Слава поступил на физический факультет.

Коля очень много рассказал мне в тот вечер о Славе, сообщил мне имена других кружковцев, которые его знали, а также имена его школьных товарищей. Меня, конечно, очень интересовало то, что Коля рассказывал, но очень сильное впечатление произвел на меня и сам Коля — нужно ли удивляться большому числу воспитанников Коли Константинова, которым Коля передавал далеко не только знания по математике?

Постепенно Коля как бы «перерос» кружковый жанр, и его захватила идея создать математические классы для способных к математике школьников. В частности, ему вместе с профессором А.С. Кронродом удалось организовать такие классы в 7-ой московской школе на Юго-Западе Москвы. Коля считал, что этих школьников и физике надо учить лучше, чем в обычных школах. В одном из классов физику преподавали наши общие знакомые, первоклассные физики Игорь Иванчик и Гриша Похил. Но они ограничились преподаванием только в одном из классов. И как-то раз, когда собралась наша компания друзей, в которую входил и Коля, он спросил, не согласится ли кто-либо из нас преподавать физику в его математических классах — естественно, параллельно с нашей работой в академических институтах. Действительно, если взять только один класс, педагогическая нагрузка будет небольшой. Коля сказал: вот вы уже закончили физический факультет, а школьную физику, небось, забыли. Есть удобная возможность этот пробел восполнить.

И я решил попробовать. Были, конечно, сомнения: эти вундеркинды, вероятно, знают все лучше меня. Я поделился с Колей своими опасениями, связанными с отсутствием у меня педагогического опыта. На что Коля ответил: да не в опыте дело. И рассказал, что где-то в Закарпатье один учитель математики отбросил в сторону всю школьную программу по математике и стал обучать школьников математической логике. «Это же надо до такого додуматься», — сказал Коля. Как выяснилось, потом эти уроки математической логики стали для этих школьников самым ярким воспоминанием школьных лет.

В 7-ой школе у Коли уже работала система «воспроизводства кадров». Выпускники школы поступали на мехмат и практически сразу присоединялись к командам математиков, ведущих занятия в математических классах.

А далее — новая идея, организация международного турнира городов. В этом турнире как бы слились все три жанра: кружки, летние школы и олимпиады. Из всех воспитанников и близких коллег, которых Коля приобрел за годы своей работы, составилась превосходная компания математиков, занимающихся организацией и проведением Турнира городов.

Еще одной выдающейся заслугой Коли стало его участие в организации Независимого московского математического университета. В этом университете Коле было присвоена почетная должность «основателя». Как известно, созданию этого университета немалую финансовую поддержку оказало

Американское математическое общество. Так и там уже, в этой Америке, немалое влияние приобрели Колины воспитанники.

Если попытаться просуммировать все многочисленные и очень внушительные достижения Коли Константинова, то его можно с полным правом назвать «создателем среды». Огромное количество талантливых людей, благодаря Коле Константинову, оказалось связано не только с ним самим, но и между собой системой товарищеских, дружеских, ненавязчивых отношений, в основе которых где-то в подсознании господствует общее ощущение «людей одной крови» — одних и тех же или близких принципов, ценностей, приоритетов, увлечений, идеалов и многого чего еще. Мы можем даже не произносить это вслух, но и так ясно, что все мы, почерпнувшие многое от Коли, ему за это бесконечно благодарны.

*Всеволод Борисов,
бывший относительно недолго «учителем физики»
в математических классах московской 7-ой школы.*

О Борисове Всеволоде Васильевиче

Сева учился на физфаке МГУ в очень яркой группе, в те времена, когда Константинов там преподавал. В годы 1963-1966, когда Константинов преподавал в математическом классе школы номер 7, по его просьбе Сева Борисов, будучи научным сотрудником Института молекулярной биологии АН СССР, вел курс физики в 10-11 классах.

*Юрий Лысов, одноклассник
Льва Бабата и Семена Слободника,
доктор физико-математических наук,
член управляющего совета Школы № 179.*

Памяти Л.Г. Бабата

Лев Георгиевич Бабат (21.07.1948 – 15.10.2025) был учеником первого математического класса, выпущенного Николаем Николаевичем Константиновым еще в школе № 7 в 1966 году.

В 179-й Лев Георгиевич преподавал с сентября 2005 года, активно участвуя в её втором рождении как школы математической.

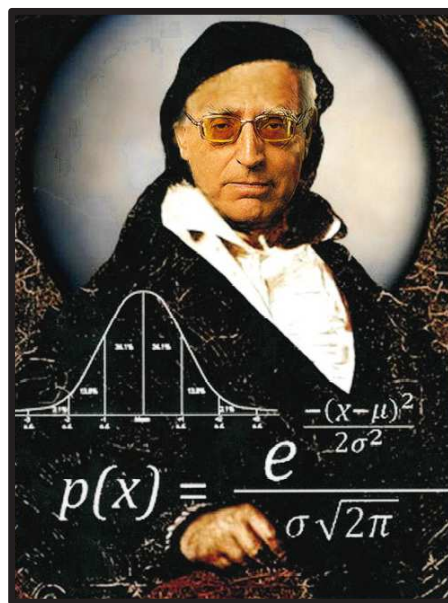
Лев Георгиевич Бабат и сам был прекрасным профессионалом, многие годы работал в Центральном экономико-математическом институте РАН. Он очень ценил красоту математики, умел донести свое видение до школьников. Его любили и уважали как коллеги, так и многие поколения наших учеников.

Мы запомним потрясающий оптимизм Льва Георгиевича, его искромётные истории и тягу к жизни.

Светлая память!

Учились вместе, ходили в КЮБЗ. Lev Vabat. Воспоминания о друге Лёве и увлечении биологией, физикой и математикой

Виктор Левин



Лёва Бабат. КЮБЗ. Беловежская Пуца. Мехмат. ЦЭМИ

Наше знакомство с Левогой началось в КЮБЗе (Кружке юных биологов зоопарка) с самого конца 1950-х годов. Он примерно на год младше меня, и мое внимание привлек скорее не сам Лева, а то, что он приезжал в КЮБЗ со своей мамой, Анной Львовной, что было не принято и не типично. Реально мы подружились в летней экспедиции в Беловежскую Пуцу 1962-го года. Для меня это была вторая экспедиция, для него – первая. Анна Львовна всеми своими силами боролась с Левогой, чтобы его не пустить, включая свою борьбу с ним на КЮБЗовских собраниях. Лева не дал себя победить. Третьим другом в нашей компании был Володя Прасолов. Его мама была армянкой, и он мог дать 100 очков вперед почти любому еврейчику. Например, когда в середине ночи мы мирно спали в поезде Москва-Брест, Володя вдруг заорал благим матом на весь вагон: «Ура! Мы прибываем в столицу нашей Родины город Бердичев!». С нами разбирались.

В Беловежской пуце мы жили в небольшом поселочке лесничества большого участка заповедника. Там жил лесничий, начальник. Фамилия его была Король. Мы, кюбзовцы, жили в его доме, на чердаке, в треугольнике под крышей. Залезали по приставной лестнице. Там мы спали. Спальников никаких почти ни у кого не было. Располагались и спали на полу. Я заворачивался в свое походное, военное еще, тонкое одеяло, солдатское, моих родителей. Кстати, одет я был в воинские обноски моих родителей, ноги были в бывших маминых сапогах, которые стали мне подходить по размеру. Днем мы были «в поле», т.е. шлялись по окрестным лесам с различными «научными» заданиями. Рядом с нами была граница с Польшей, вдоль нее мы ходили и опасались заинтересовать военных. Еще мы боялись попасть в особую зону уже собственно границы, чтобы не загребли пограничники. Лева ухитрился, его задержали, пришлось нашему Королю его извлекать, Лева гордо расстался с доставившими его военными. Выяснилось, что границы он не пересекал, а просто местные крестьяне доложили кому-то из пограничников, сказали, что ходит подозрительный мелкий субъект в шпионской одежде. Были куртки типа штормовок или полувоенной какой-то одежды такой, чтобы по лесу ходить. На Лёве была такая куртка. Остальная кюбза носила, что попало. Лева тогда было 13 лет, был он довольно маленький, явный мальчик. Объяснял безостановочно, что никакой он не шпион.

Другой раз мы с ним, не помню почему, ночевали в лесу, далеко от нашего кордона, не помню, какое у нас было «научное» задание, и почему мы там были. Потом мы шли в каком-то совершенно диком районе. Было там очень интересно, очень сыро, и под кустами, и в большой траве то и дело сидели зайчата, недавно родившиеся, и они никуда не убегали, боялись самостоятельно двигаться, они сидели и сидели, если ты его вдруг случайно увидишь, то буквально можно взять в руки. Забавно, они ждали пока придет мать и покормит. Нас до этого местные научили, что зайчат брать в руки нельзя. Зайчихи кормят неважно чьих зайчат, кроме тех, которые неправильно пахнут.

А мы с Левой куда-то шли по какой-то дороге или грунтовой тропе в просеке, и было несметное количество лягушат размером с первую фалангу мизинца, вроде тараканчиков. Ими все было покрыто, и они просто шли в одну сторону живым морем. Мы взяли ветки и старались их отбрасывать от того места, куда наступала нога. Это было практически нереально, многие оказывались раздавленными. И мы с Левой сильно спорили, что же это мы совершаем - естественный или искусственный отбор. У нас были аргументы и туда, и сюда. Даже в это обсуждение втянулась другая кюбза, потом, когда мы уже вернулись в наше спальное помещение. Ни к какому хорошему выводу и любые другие мыслители никогда не пришли.

Ещё мы с Лёвой написали в заповеднике пьесу вдвоем, и в этой пьесе, возможно, она у меня где-то сохранилась, она долго сохранялась у меня в Москве, взял ли я потом ее с собой, я не знаю, буду искать. В пьесе были отражены разной кюбзы и начальства разговоры, интересы, характеры и прочий разный бред. Начисто не могу вспомнить, почему мы написали эту пьесу. Там в ней были какие-то наши стихи и рисунки. Мы их написали и нарисовали на большем куске бумаги, типа стенгазеты. Я выложился как драматург и больше я уже никогда в своей жизни пьес не писал. Про Леву не знаю.

Потом после Беловежской пуцы начались еще более интересные времена. Я пошел учиться в школу, микробиологический класс, школа №5 около Октябрьской площади на Ленинском проспекте. Там на класс старше учился Прасолов, и я соблазнился.

После лета как-то мы разговаривали с Прасоловым, и он спросил, понимаю ли я бином Ньютона. Это было в программе десятого, Прасоловского, класса, для меня через год, но я математику и физику всю уже до конца школы поизучал. А он сказал, что это понять невозможно, я ему объяснял, объяснял, но для него все это осталось полный белибердой. Теперь он, кстати, член-корр РАН.

Мы собирали макулатуру, все тогда были озадачены государством этим заниматься. И в какой-то горе макулатуры я нашел книжку Лузина «Интегральное исчисление». Эту книжку я прочел со страшным трепетом и понял, что ничего интереснее в мире нет, чем математика. То-есть я просто с ума сошел и очень понял, и поразился что высшая математика есть стоящее дело, а не какая-то философия и болтология. Все ясно, все блестяще, все красиво, все умно и просто, и сила мысли, и

человеку открывается Откровение.

После, примерно в сентябре-октябре, мы в КЮБЗе увиделись слевой. Вот, и Лева сказал с гордостью мне, что с опозданием каким-то, но его взяли в Кикоинскую вечернюю школу, которую организовали на физфаке МГУ для одаренных. Лекции по физике читает сам Исаак Кушелевич Кикоин. А в его классе, он там был на два даже три года младше почти каждого из остальных учеников, через пару дней у них будет контрольная по дифференциальному исчислению. Они его ускоренно уже прошли. Я захотел пойти. Я сказал, что я тоже хочу туда. Он сказал, ну, пойдем, говорит. Но, говорит, прием давно закончен, и они уже все там много чего напроходили. Но вдруг будет удача. Занятия там вел Олег Найда. По внешности и поведению – типичный еврей. Он же был директором этой школы. Был энтузиастом этого дела. Он там все организовывал, собственно, был на побегушках. Главным там был Кикоин и подключался Андрей Николаевич Колмогоров, и как я понимаю, эта вечерняя школа потом превратилась в Колмогоровский интернат. На следующее занятие я пришел. Найда, смеясь, сказал, ну хорошо, садись, место есть, пиши контрольную, напишешь – оставим. Это я фактически уже про себя, но мы слевой тоже всегда потом потешались над этой историей. Найда начинает следующее за контрольной занятие, говорит, среди нас есть настоящий идиот, вот такой вот, настоящий такой вот, не который прикидывается, а настоящий, значит, мрачный идиот, он всех заинтересовал. Вызывает меня к доске и дает мне задачу из дифференциального исчисления, я при них совершенно спокойно решаю, а я же читал только второй том Лузина, только интегральное исчисление, и дифференцировал я, и все рассуждения дифференцирования проводил через формулу Ньютона-Лейбница. Дифференцирование – это обратная операция интегрирования. В этом втором томе, я не обратил внимания, что он второй, дифференцирование рассказывалось в конце этого тома, который мне достался, рассказывалось про связь интегрирования с дифференцированием. Я даже не посмотрел, что это второй том, и что там. Я даже не подозревал, что дифференцирование первее интегрирования. Ну и, короче говоря, он смеялся, а Найда смеялся как осел «Иий-аа, иий-аа!», и весь Физфак это слушал, и все там в классе до слез смеялись и потешались. Ну, кто понимал. Наверное, практически все понимали. Вот. Найда меня расспросил, я рассказал, и выяснилось в чем дело. У меня все задачи были решены правильно, но левой рукой за правое ухо. Потом не раз в разных кругах и пьянках я слышал, разные люди рассказывали, был такой чудовищный случай, что один студент не знал про дифференцирование и все делал через интегралы.

И, таким образом, я остался там, и мы занимались. Я в классе был на год-два младше многих остальных. Причем, обращаю внимание, что Лева тогда учился в восьмом классе, я тогда учился в девятом классе дневной школы. А ребята – это все были десятый и одиннадцатый класс, они там все на год-два старше. Школа эта вечерняя на физфаке предназначалась для них, для самородков. Многие эти одаренные были евреи, от них позже избавлялись, но я тогда этого не понимал. Между прочим, мы все наряду с первокурсниками, без всяких скидок, наряду с лекциями и семинарами проходили и сдавали весь положенный первому курсу физический практикум. Это не просто. Были также спецкурсы. Например, я посещал спецкурс по дифференциальным уравнениям. Вел его страшный заика. На второе занятие пришла половина. На третье – еще половина, на четвертое занятие я пришел один, и он сдался.

Так я совсем уплыл в другую сторону от биологии, так вот, в результате, мы слевой даже проучились год вместе в этой вечерней школе. Потом, на физфак мы не пошли, уже начинали видеть, как от евреев избавляются, а пошли оба на мехмат совершенно независимо друг от друга, казалось, что математика не может быть не объективной.

Я бывал несколько раз у Левы дома. Этажом выше них жил Окуджава. Анна Львовна, Левина мама, замечательно рассказывала разные истории. В частности, я понял значение слова «тухес». Даже мы были в гостях у Бабатов с моим старшим сыном Илюшей, ему было лет пять, и он ушел с подписанной автором книгой алтайских сказок. Анна Львовна жаловалась, что ей по лестницам стало трудно ходить. Стала старой и толстой. Илюша возразил: «Вы не старая и не толстая, а пожилая полная женщина». Анна Львовна ему так и подписала сказки – «от пожилой полной женщины».

Потом в следующие годы, пока учились чаще, потом, когда работали, реже, так по жизни обычно мы виделись по телефону. Я в начале работал в ЦЭМИ, меня через полтора года выперли по политике. Это другая история. Потом Лева работал в ЦЭМИ. Поддерживали отношения. Лева занимался очень трудными задачами комбинаторной оптимизации, очень теоретически безнадежными, такими у которых не было хороших методов их решений. И видимо, таких методов нет. Иногда в некоторых случаях работа моя сводилась к такого типа моделям, и я обращался к Лева. Мы обсуждал с ним мои задачи или его, или другие. Хотя, конечно, мы пересекались, созванивались, но это обычное, это фактически все.

Я думаю, что Лева в нашем советском бытии не приходилось бороться со злом в себе, потому что зла в нем просто не было. Его душа призвана для служения в мире более высокого уровня, чем этот земной мир суеты во лжи.

Виктор Левин.

Некоторые документы, отражающие начало жизненного пути Л.Г. Бабата





ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ МОСКВЫ И МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

"В науке нет широкой столбовой дороги, и только тот сможет достигнуть её сияющих вершин, кто не страшась усталости карабкается по её каменистым тропам."

К.МАРКС

ГРАМОТА

Леву Бабашичу Льву Григорьевичу
(школа №7)

получивше 1-е место на физико-математической олимпиаде Москвы и Московской области 1965 года
похвальной отзыв

Поздравляем тебя и надеемся, что этот твой успех будет началом большого пути в науку.

Ректор МФТИ

Председатель
жюри олимпиады

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Подписано в печать 8/IV-64 г. Тираж 200. Зак. 78

Баба́т Лев Георгиевич обучался
 в школе № 7 с сентября 1963 по
 июнь 1966. Член ВЛКСМ с 1962 г.
 За время пребывания в школе № 7
 Лев Баба́т проявил себя как спо-
 собный ученик, участвующий в общест-
 венной жизни коллектива. Благодаря
 своим способностям Лев Баба́т сумел
 достичь больших успехов в учебе.
 За весь период обучения в школе
 № 7 в большинстве по оценкам были хоро-
 шими и отличными. Не ограничива-
 лась изучением программного матери-
 ала, Лев Баба́т с большим интере-
 сом и охотой дополнительно занимался
 многими предметами — в осо-
 бенности физикой и математикой. Так,
 в 1963/64 уч. году он занимался в физи-
 ко-математической школе при МГУ одно-
 временно активно участвуя в работе
 математического кружка по теории функ-
 ций действительного переменного. С немалы-
 ми интересом Лев Баба́т продолжил
 изучение своих любимых предметов и в после-
 дующие годы — физики, занимаясь в физи-
 ческом кружке ^{в течение учебного года} и математики занимаясь
 в кружке ^{в течение учебного года} по математической логике. Уча-
 ствует во многих олимпиадах по физике и
 математике, Лев Баба́т был неоднократно
 отмечен грамотами и похвальными отзы-
 вами — в частности на олимпиадах проводив-
 шихся физико-техническим институтом
 Московским университетом. Но заметны
 в математике и физике не только
 успехи и в спорте. Он является
 старшим по пинг-понгу и похвальному виду
 при Московской областной детской

экскурсионно-туристической станции. Неоднократно организовывал и ходил в походы, участвовал в соревнованиях и т.р. В частности, Лев Бабат принимал участие в организации и проведении туристического слета школьников ЮЗБ Октябрьского района, а также межрайонного туристического слета спортивного общества "Спартак".

Участвуя в общественной работе коллектива, Лев Бабат был членом районного школьного комитета с 1963 по 1965 год, ~~занимался~~ с работами по оформлению кабинета английского языка, занимался с учащимися из старших классов и пр.

Лев Бабат обладает обширными знаниями, богатой дружбой, много читает, интересуется развитием науки и техники.

Учитывая способности и интерес к естественным наукам, Леву Бабату рекомендуется продолжить образование в этой области.



**СВИДЕТЕЛЬСТВО
о присвоении квалификации**

Настоящее свидетельство выдано.....

Бабату Лобу
(фамилия)

Георгиевичу
(имя и отчество)

родившемуся *21 мая* 1948 года,
в том, что он обучался в *федеральной
общеобразовательной трудовой
политехнической с производствен-
ным обучением шк. № 17* Москвы
и окончил..... в 1966 году полный курс
производственного обучения по профессии
(специальности) *профраншист-
вычислитель*

Решением Квалификационной комиссии
*Института железнодорожной
(инженерно-проектно-строительстве, совхоза, колхоза,
и теоретической физики АН СССР
транспортной и др. организаций)*
от *4 апреля* 1966 года
Бабату Л. Г.
(фамилия и инициалы)
присвоена профессия (специальность).....
*профраншист -
вычислитель*
и установлен *третий* разряд.
Председатель
Квалификационной комиссии *Колосов*
Директор школы *Ваня*

М. П.
(школы)

Б № 453528

Выдано *24 июня* 1966 г.
Гознак. 1966 г.

Несколько курсов матанализа в листках. Сводка тем

От редакции

Представляем вниманию читателя список тем различных курсов матанализа ведущих математических школ Москвы.

1. Константинов Н.Н. Математический анализ для школьников

В этом разделе представлены темы курса математического анализа Н.Н. Константинова в листках для старших классов математических школ. Курс был издан репринтным способом с одобрения методического объединения учителей математики школы 179 в 1971 году. Опубликовано на сайте matob.ru в разделе “Приложение”.

Предисловие.

Для того, чтобы активно овладеть конструкциями математического анализа, достаточно прорешать основную часть предлагаемого сборника. Основная часть состоит из заданий (листочков) №№ 1–3, 6, 10, 11, 13–15, 17–19, 28, 29, 31–33, 37, 38, 40–55, 58–64, 66, 69–76, 80, 81, 83–86, 88–91, 93, кроме дополнительных задач этих листков. Все остальные листки (помеченные буквой “д” после номера — *прим. ред.*) и дополнительные задачи основных листков служат двум целям: дать дополнительный интересный материал и придать курсу логическую законченность.

Тех, кто будет заниматься по этой книжке самостоятельно, я хочу тщательно уберечь от того, чтобы решать всё подряд. Математический анализ можно сравнить с домом, в котором вам предстоит жить. В доме есть фундамент. Так фундамент сделан не для того, чтобы в нём жить, а для того, чтобы весь дом не развалился. Большая часть дополнительного материала первой и второй части помещена в книжку не для того, чтобы их изучать, а для цельности. У вас всегда есть возможность заглянуть туда, если дом зашатается. Но не отвлекайтесь на фундамент, если у вас нет к этому специального интереса.

Каждая конструкция анализа должна быть в вас внутренне выращена до состояния полной свободы прежде, чем появятся основанные на ней новые конструкции. Нужно не торопясь решать задачи основных заданий, записывая все или почти все решения, и при этом добавлять приглянувшиеся дополнительные задачи. Важно, чтобы ваши решения кто-нибудь проверял — новички часто не замечают собственных ошибок.

Специально, чтобы вам не соскучиться, в книжку вставлено несколько неверных теорем. Конечно, лучше бы об этом не предупреждать, но против этого были возражения.

Для хорошего усвоения материала не обязательно решить самому абсолютно все задачи. Некоторым утверждениям можно просто поверить (если верится), некоторые доказательства можно узнать от друзей или учебника. Но не забывайте, что чем больше вы сделаете самостоятельно, тем большему вы научитесь.

Как эта книжка возникла.

Математический анализ можно преподавать таким способом, что основное внимание уделяется самостоятельному решению задач, в том числе доказательству основных теорем. Раз в два или три занятия (занятия двух- и трёхчасовые) ученикам выдаются очередные задания (листочки). Учащиеся решают задачи в классе и дома и сдают все решения преподавателям. При этом почти не применяется обычная форма урока с рассказом материала и проверкой усвоения методом опроса. Не задаются задания «выучить такую-то теорему» или «прорешать к следующему разу такие-то

примеры». За сданные задачи не ставится отметка. Отметки ученики получают не за то, как они учатся, а за то, как выучиваются, что проверяется на контрольных и самостоятельных работах.

Из таких листочков с заданиями, переписанных подряд, однажды был составлен сборник, подобный предлагаемому (М.Л. Гервер, Н.Н. Константинов, А.Г. Кушниренко, «Задачи по алгебре и анализу, предлагавшиеся учащимся 9 и 10 классов», сборник «Обучение в математических школах», издательство «Просвещение», 1965 г.; в этом сборнике в ряде статей освещается методика преподавания анализа). Но преподавание в каждом классе отличается от других. Возникают новые задачи и новые варианты построения курса. Один из таких вариантов нашёл отражение в предлагаемом сборнике. Редактируя сборник, я старался учесть положительный опыт нескольких математических и физических классов московских школ №№ 7 и 57, при этом широко пользовался задачами, придуманными или собранными учителями этих классов, в особенности задачами И.Н. Бернштейна.

Часть 1. Описание действительных чисел.

Листок 1. Сложение и вычитание.

Листок 2. Умножение.

Листок 3. Деление.

Листок 4д. Натуральные числа.

Листок 5д. Целые и рациональные числа.

Листок 6. Неравенства.

Листок 7д. Задачи о независимости аксиом неравенств.

Листок 8д. Счёт с помощью натуральных чисел.

Листок 9д. Суммирование N чисел. Разложение натуральных чисел на множители.

Листок 10. Содержательные задачи.

Листок 11. Модули.

Листок 12д. Неравенства в геометрии. Индукция в геометрии.

Листок 13. Упражнения на индукцию.

Листок 14. Важные задачи.

Листок 15. Ограниченные множества.

Листок 16д. Дополнительные задачи на неравенства.

Листок 17. Точные грани множества.

Листок 18. Аксиома полноты.

Листок 19. Следствия аксиомы полноты.

Часть 2. Построение действительных чисел.

Листок 20д. Аксиомы Пеано.

Листок 21д. Целые числа.

Листок 22д. Дроби.

Листок 23д. Рациональные числа.

Листок 24д. Задачи о порядке для рациональных чисел.

Листок 25д. Сечения.

Листок 26д. Определение действительного числа как сечения.

Листок 27д. Операции над действительными числами.

Листок 28. Десятичная запись рационального числа.

Листок 29. Десятичная запись действительного числа.

Листок 30д. Определение действительного числа через бдд (бесконечные десятичные дроби — прим. ред.).

Часть 3. Начала теории множеств.

Листок 31. Счётность. Рассказы о множествах

Листок 32. Алгебра множеств.

Листок 33. Мощность континуума.

Листок 34д. Задачи о мощностях.

Листок 35д. Открытые и замкнутые множества.

Листок 36д. Ещё об открытых и замкнутых множествах. Парадоксы.

Часть 4. Элементарные функции.

Листок 37. Извлечение корня.

Листок 38. Задачи про корень. Длина отрезка.

Листок 39д. Измерение отрезка.

Листок 40. Измерение дуги окружности. Декартовы координаты на плоскости.

Листок 41. Тригонометрические функции.

Листок 42. Синус суммы двух углов.

Листок 43. Задачи по тригонометрии.

Листок 44. Колебание функции на интервале.

Листок 45. Примерная контрольная работа.

Листок 46. Вычисление колебаний.

Листок 47. Колебание функции в точке.

Листок 48. Колебание в точке(упражнения).

Листок 49. Определение a^p при $a > 0$ и рациональном $p > 0$.

Листок 50. Определение a^x при $a > 1$ и x действительном > 0 .

Листок 51. Распространение функции a^x на любое $a > 0$ и любое x .

Определения.

Листок 52. Обратная функция.

Листок 53. Контрольные задачи.

Листок 54. Логарифмы.

Листок 55. Задачи на логарифмы.

Листок 56д. О выпуклых функциях.

Листок 57д. Задачи о последовательностях.

Обратные тригонометрические функции (аркфункции).

Листок 58. Аркфункции (задачи).

Часть 5. Непрерывность и предел.

Листок 59. Определение непрерывности.

Листок 60. Теоремы о непрерывных функциях.

Листок 61. Разрывность.

Листок 62. Непрерывность операций.

Листок 63. Непрерывность элементарных функций.

Листок 64. Контрольные задачи на непрерывность.

Листок 65д. Связь с множествами.

Предел.

Листок 66. Упражнения на определение предела.

Листок 67д. Верхний и нижний пределы.

Листок 68д. Критерий Коши.

Листок 69. Предельный переход в операциях.

Листок 70. Задачи на последовательности.

Листок 71. Новое определение непрерывности и предела функции.

Листок 72. Раскрытие неопределённостей.

Листок 73. Пределы, связанные с экспонентой.

Листок 74. Асимптоты.

Листок 75. Бесконечно малые.

Листок 76. Производные некоторых функций.

Определения.

Кривая Пеано.

Листок 77д. Непрерывность в геометрии.

Листок 78д. Ряды.

Листок 79д. Дополнительные задачи по теории функций.

Часть 6. Интеграл, производная, теория объёмов и площадей.

Интеграл. Определения.

Листок 80. Упражнения на определение интеграла.

Листок 81. Основные свойства интеграла.

Листок 82д. Непосредственное вычисление интегралов.

Листок 83. Задачи о существовании интеграла.

Листок 84. Теоремы об интегралах.

Листок 85. Задачи на определение производной.

Листок 86. Теоремы о производных.

Листок 87д. Производные справа и слева.

Листок 88. Дифференцирование операций.

Листок 89. Таблица производных.

Листок 90. Исследование на монотонность.

Листок 91. Связь с интегралом.

Листок 92д. Таблица первообразных.

Листок 93. Исследование на выпуклость.

Листок 94д. Задачи про гладкие кривые.

Листок 95д. Формула Тейлора.

Дифференциальные уравнения.

Листок 96д. Задачи на дифференциальные уравнения.

Определение площади и объёма.

Листок 97д. Квадрируемость и кубируемость.

Листок 98д. Теоремы об объёмах и площадях.

Листок 99д. Применение интегралов.

2. А.Л. Городенцев. Математический анализ, 9 класс

Предлагаем темы курса математического анализа, 9 класс, известной московской математической школы № 57. Автор курса — доктор физ.-мат. наук, профессор ВШЭ Алексей Львович Городенцев. Полностью курс опубликован в журнала «Математическое образование», № 2(13), 2000 г.

Листок № 1. Геометрическое суммирование

Листок № 2. Суммирование разностей

Листок № 3. НОД, НОК и деление с остатком

Листок № 4. Равносоставленность и площади

Листок № 4 $\frac{1}{2}$ (дополнительный). Геометрия на клетчатой бумаге

Листок № 5. Важные квадратичные соотношения

Листок № 6. Геометрические прогрессии

Листок № 7. Как организовать полный перебор

Листок № 7 $\frac{1}{2}$ (дополнительный). Знакомьтесь, граф ...

Листок № 7 $\frac{2}{3}$ (дополнительный). Разные задачи о графах

Листок № 8. Множества и отображения (памятка начинающему пользователю)

- Листок № 9. Как сравнивать множества
- Листок № 10. Мультиномиальные коэффициенты
- Листок № 10 $\frac{1}{2}$ (дополнительный). Две вариации на тему биномиальных коэффициентов
- Листок № 11. Арифметика вычетов
- Листок № 12. Простые числа и разложение на множители
- Листок № 13. Бесконечные множества
- Листок № 14. Действительные числа и БДД (бесконечные десятичные дроби — прим. ред.)
- Листок № 14 $\frac{1}{2}$ (дополнительный). Об упорядочении
- Листок № 15. Континуум
- Листок № 16. Окрестности и покрытия
- Листок № 16 $\frac{1}{2}$ (дополнительный). Предельные точки множеств
- Листок № 17. Радикальные преобразования
- Листок № 18. Графики и кривые
- Листок № 19. Получение оценок
- Листок № 20. Последовательности
- Листок № 21. Пределы последовательностей
- Листок № 21 $\frac{1}{2}$ (дополнительный). Цепные дроби
- Листок № 21 $\frac{2}{3}$ (дополнительный). Квадратичные иррациональности

Темы трех курсов матанализа школы 179 г. Москвы разных лет.

3. ГБОУ Школа № 179. Комплект листков по курсу «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ», 2016–2021 учебные года

7 класс

- Листок 0. Арифметическая разминка.
- Листок 1. Неравенства и суммы.
- Листок 2. Математический винегрет – I.
- Листок 3. Принцип Дирихле.
- Листок 4. Графы – I. Графы в математике: что это такое и с чем их едят.
- Листок 4 $\frac{1}{2}$. Графы – IS. Задачи для тех, кому нужно нечто большее.
- Листок 5. Графы – II. Пути и переправы.
- Листок 6. Математический винегрет – II.
- Листок 7. Комбинаторика.
- Листок 8. Десятичная запись числа.
- Листок 9. Новогодний винегрет.
- Листок 10. Последовательное конструирование – I.
- Листок 11. Непреходящие ценности.
- Листок 12. Последовательное конструирование – II: метод математической индукции. Индукция: памятка по применению.
- Листок 13. Геометрический винегрет.
- Листок 14. Треугольник Паскаля.
- Листок 15. Целые числа: простые и составные числа, основная теорема арифметики. Целые числа, простые и составные числа, делимость и остатки: ликбез.
- Листок 15⁰. Целые числа.

8 класс

- Листок 16. Сентябрьский винегрет.
- Листок 17. Множества – I. Теория множеств: первое знакомство.

- Листок 18. Множества – II.
Листок 19. Октябрьская солянка.
Листок 20. Множества – III.
Листок 21. Перестановки.
Листок 22. Новогодний. Вероятностный.
Листок 23. Арифметика вычетов.
Листок 24. Числа Фибоначчи.
Листок 25. Множества – IV.

9 класс

- Листок 26. Многочлены.
Листок 27. Множества – V. Отношения на множествах. Порядок и эквивалентность.
Листок 28. Логика I. Немного о логике.
Листок 29. Топология прямой I.
Листок 30. Октябрьский винегрет.
Листок 31. Логика предикатов.
Листок 32. Топология прямой II. Координатные системы на прямой.
Листок 33. Мёд на Новый год.
Листок 34. Предел последовательности. Начало.
Листок 35. Бесконечно малые и фундаментальные последовательности.
Листок 36. Действительные числа.
Листок 37. Действительные числа. Арифметика пределов.
Листок 38д. Эйлеровы графы.

10 класс

- Листок 39. Предел последовательности. Продолжение.
Листок 40. Предел функции в точке.
Листок 41. Непрерывность и дифференцируемость.
Листок 42. Теоремы о дифференцируемых функциях.
Листок 43. Новый год. Геометрическая вероятность и не только.
Листок 44. Производная. Практикум. Основы теоретической механики.
Листок 45. Первообразная. Функция площади.

11 класс

- Листок 46. Определённый интеграл.
Листок 47. Интеграл. Продолжение.
Листок 48. Важные теоремы математического анализа.
Листок 49. Ряды Тейлора.
Листок 49 $\frac{1}{2}$. Приложения определённого интеграла. Механика и не только.
Листок 50. Новый год в детском саду.
Листок 51д. Основная теорема алгебры.
Листок 52д. Знакомство с дифференциальными уравнениями.

4. ГБОУ Школа № 179. Комплект листов по курсу «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ», 2019–2022 учебные года

9 класс

- Листок 0-1. Чётность и не только.
Листок 1 $\frac{1}{2}$. Школьная солянка.
Листок 0. Геометрическое суммирование.
Листок 1. Математическая индукция.

- Листок 2. Множества и отображения.
- Листок 3. Алгебра поля $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ и поля комплексных чисел.
- Листок 4. Логика I. Немного о логике.
- Листок 5. Конечные множества. Начала комбинаторики.
- Листок 5 $\frac{1}{2}$. Две вариации на тему биномиальных коэффициентов.
- Листок 6. Отношения на множествах. Порядок и эквивалентность.
- Листок 7. Неравенства и оценки.
- Листок 8. Новогодний винегрет. Вероятность и не только. Введение в теорию вероятностей.
- Листок 9. Арифметика вычетов.
- Листок 10. Бесконечные последовательности и счётные множества.
- Листок 11. Множества точек и последовательностей точек на прямой I.
- Листок 12. Алгебраические структуры. Поле действительных чисел: начало. Аксиоматика.
- Листок 13. Последовательности и пределы.
- Листок 14. Вычисление пределов.

10 класс

- Листок 15. Геометрия комплексных чисел.
- Листок 16. Предел функции в точке.
- Листок 17. Непрерывность и дифференцируемость. Начало.
- Листок 18. Графы.
- Листок 19. Теоремы о дифференцируемых функциях.
- Листок 20. Исследование функций. Экспонента, логарифм и другие элементарные функции.

11 класс

- Листок 21. Первообразная. Функция площади. Интеграл.
- Листок 22. Ряды Тейлора.
- Листок 23. Определённый интеграл.
- Листок 24. Китайский новый год в детском саду.
- Листок 25. Приложения определённого интеграла. Механика и не только.
- Листок 26. Основная теорема алгебры.
- Листок 27. Знакомство с дифференциальными уравнениями.

5. ГБОУ Школа № 179. Комплект листков по курсу «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ», 2021–2024 учебные года

9-й класс

- Листок 0. Геометрическое суммирование.
- Листок 1. Математическая индукция.
- Листок 1 1/2. (доп) Две вариации на тему биномиальных коэффициентов.
- Листок 2. Всё же логично!
- Листок 3. Множества и отображения.
- Листок 4. Алгебра поля $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ и поля комплексных чисел.
- Листок 5. Движения плоскости.
- Листок 6. Муниципальный винегрет
- Листок 7. Бесконечные множества.
- Листок 8. Отношения на множестве. Порядок и эквивалентность.
- Листок 9. Новогодний. Вероятностный.
- Листок 10. Графы.
- Листок 11. Топология прямой.
- Листок 12. Бесконечно малые последовательности.

Листок 13. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел последовательности.

Листок 14. Основы теории чисел.

10-й класс

Листок 15. Геометрия комплексных чисел.

Листок 16. Введение в теорию групп.

Листок 17. Предел функции

Листок 18. Непрерывность и дифференцируемость — начало.

Листок 19. Новый год. Геометрическая вероятность и не только.

Листок 20. Теоремы о дифференцируемых функциях.

Листок 21. Разное. Экспонента и логарифм

Листок 22. Первообразная. Функция площади

Листок 23 1/2. Движения пространства. Группы симметрий многогранника. Действие групп на множествах

Листок 23 2/2. Действие групп на множествах. Нормальные подгруппы

Листок 24. Определённый интеграл

11-й класс

Листок 25. Метрические пространства

Листок 26. Знакомство с дифференциальными уравнениями.

Листок 27. Ряды Тейлора.

Листок 28. Интеграл. Продолжение.

Листок 29. Важные теоремы математического анализа.

Листок 30. Основная теорема алгебры и не только.

Листок 31. Староновогодний

Листок 32. Формальные степенные ряды

Итоговый зачёт

I. Математический анализ — листки: 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 1/2, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

II. Алгебра:

Листок 1. Повторение

Листок 2. Пифагоровы тройки и рациональная параметризация окружности

Листок 3. Обратные функции и преобразования графиков

Листок 4. Интегралы. Практика

Листок 5. Основы теории вероятностей

Листок 8. Матрица и её определитель

Листок 10. Ортогональные матрицы

Листок 11. Комплексные числа

Список тем подготовили

Ибрагимов Руслан Вадимович,

Имайкин Валерий Марсович.

Избранные листки по математике

Андрей Рябичев

Подборка листков по математике с интересным содержанием. Предоставлена учителем школы 179 г. Москвы Рябичевым Андреем.

Теория игр. Листок 43, до 25 января 2021

Пусть есть n игроков. У каждого есть свой набор стратегий. Они одновременно выбирают, какую из своих стратегий будут использовать. Затем исходя из того, какая получилась комбинация стратегий определяется, кто сколько выиграл. Такие мероприятия в этом листке будут называться *играми*.

Обозначения.

- S_i — множество стратегий i -того игрока ($i \in \{1, \dots, n\}$);
- профиль стратегий (он же исход игры) — это набор стратегий $s = (s_1, \dots, s_n)$, $s_i \in S_i$;
- s_{-i} — взятый из профиля s набор стратегий для всех игроков, кроме i -того: $(s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$;
- $S = S_1 \times \dots \times S_n = \{(s_1, \dots, s_n) \mid s_i \in S_i\}$ — множество профилей;
- $u_i : S \rightarrow \mathbb{R}$ функция выигрыша i -того игрока, т. е. $u_i(s)$ — выгода i -того игрока от исхода игры s .

Задача 0. Подгоните под это определение какую-нибудь ситуацию из жизни (так чтобы принимающий такого еще не слышал).

Задача 1. [Дилема заключенного] Полиция задержала на месте преступления двух подозреваемых. Доказательств нет, поэтому осудить можно только по свидетельским показаниям. Оба подозреваемых имеют два варианта: молчать или дать показания против другого. Если оба молчат, они задержаны в течение месяца. Если один молчит, а другой дал против него показания, первый садится в тюрьму на год, а второго сразу выпускают. Если оба дали показания, их обоих сажают в тюрьму на 10 месяцев.

а) Как будут действовать в этой ситуации на месте подозреваемых эгоистичные рациональные индивидуумы?

б) Как влияет на их поведение факт того, совершал ли кто-либо из них преступление?

Задача 2*. Попробуйте углядеть дилему заключенного в следующих ситуациях:

а) допинг в спорте;

б) конкуренция двух фирм, выпускающих неограниченное количество одинакового товара;

в) почему во многих дворах и подъездах валяется куча мусора?

Определение. *Равновесием Нэша* в некоторой игре — это профиль стратегий s , такой что никакому игроку невыгодно поменять стратегию, т. е. $\forall i, \forall a \in S_i : u_i(a, s_{-i}) \leq u_i(s)$.

Задача 3. а) Приведите пример игры, где нет равновесия Нэша.

б) Приведите пример игры с несколькими равновесиями Нэша.

Задача 4. Игра двух игроков называется *игрой с нулевой суммой*, если $\forall s \in S : u_1(s) = -u_2(s)$. Пусть в игре с нулевой суммой игроки выбирают стратегии не одновременно, а по очереди. Как выгоднее выбирать: первым или вторым?

Определение. Точка $(x_0, y_0) \in X \times Y$ называется *седловой точкой* функции $V : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$, если

$$\forall x \in X : V(x, y_0) \leq V(x_0, y_0) \quad \text{и} \quad \forall y \in Y : V(x_0, y) \geq V(x_0, y_0).$$

Задача 5. а) Пусть X и Y — конечные множества, $V : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ — функция. Что больше,

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} V(x, y), \quad \text{или} \quad \min_{y \in Y} \max_{x \in X} V(x, y) \quad ?$$

б) Докажите, что если у функции V есть седловая точка, то

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} V(x, y) = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} V(x, y).$$

в) Докажите обратное.

Задача 6*. а) Верны ли пункты предыдущей задачи, если множества X и Y могут быть бесконечными, а вместо \min и \max берутся \inf и \sup ?

б) То же, если X и Y — компактные подмножества \mathbb{R} , а функция V непрерывна.

Определение. Пусть A — не более чем счётное множество. *Вероятностным распределением на A* называется функция $p : A \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, такая что $\sum_{a \in A} p(a) = 1$.

Определение. *Смешанная стратегия* игрока i — это вероятностное распределение $\tilde{s}_i : S_i \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$. Если для всех игроков заданы смешанные стратегии, то функция выигрыша i -того игрока будет равна

$$u_i(\tilde{s}) = u_i(\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n) = \sum_{(a_1, \dots, a_n) \in S} \tilde{s}_1(a_1) \cdot \dots \cdot \tilde{s}_n(a_n) \cdot u_i(a_1, \dots, a_n).$$

Задача 7. Покажите, что эта функция выигрыша равна матожиданию выигрыша i -того игрока, если для любого $j \in \{1, \dots, n\}$ j -тый игрок случайно выбирают одну чистую стратегию $a \in S_j$ с вероятностью $\tilde{s}_j(a)$ независимо от остальных игроков.

Теорема Нэша. *В любой игре существует равновесие Нэша в смешанных стратегиях.*

Задача 8. Пусть задана игра с нулевой суммой. Говорят, что число C — *цена игры*, если первый игрок может гарантировать себе выигрыш не меньше C , а второй игрок — не меньше $-C$.

а) Выведите из теоремы Нэша, что у игры с нулевой суммой в смешанных стратегиях есть цена.

б) Докажите, что во всех равновесиях Нэша выигрыш первого игрока равен этой цене.

Равновесие Нэша. Листок 44, до 8 февраля 2021

Ниже, когда мы говорим о «выборе стратегии» игроком, всегда подразумевается выбор *смешанной* стратегии, т. е. выбор распределения вероятности на множестве чистых стратегий.

Задача 1. Докажите, что если в некоторой игре существует равновесие Нэша в чистых стратегиях, то оно является равновесием Нэша в смешанных стратегиях.

Задача 2. Найдите все равновесия Нэша

а) в игре камень-ножницы-бумага;

б) в дилемме заключённого;

в) в вашем примере из задачи 43.3б).

Задача 3. Дана игра. Для фиксированной стратегии каждого игрока найдите множество наиболее выгодных стратегий другого игрока. С помощью этого найдите все равновесия Нэша.

а) Каждый из двух игроков выбирает число 1 или 2. Первый выигрывает, если сумма нечётна, а второй — если чётна. Выигрыш равен сумме выбранных чисел. Проигравший ничего не выплачивает.

б) Каждый из двух игроков выбирает число 1 или 2. Оба игрока выигрывают, если сумма чисел нечётна. При этом выигрыш каждого игрока равен числу, которое он назвал.

Задача 4*. Докажите теорему Нэша для двух игроков, у каждого из которых есть по две чистых стратегии.

Задача 5. Скажем, что на игрока накладывается *штраф*, если за использование некоторых чистых стратегий из его выигрыша вычитается определённая сумма. Придумайте игру, имеющую единственное равновесие Нэша и такую, что после введения некоторого штрафа для первого игрока его выигрыш в положении равновесия становится больше, чем в исходной игре.

Задача 6. Две фирмы производят $q_1, q_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ единиц товара соответственно. Себестоимость каждой единицы товара равна b . На рынке фирмы обязаны продавать товар по цене $a - q_1 - q_2$ (здесь $a > b > 0$).

а) Как будет действовать каждая фирма в зависимости от действий другой? Найдите равновесия Нэша.

б) Предположим, торги проходят по дням. Фирмы решают, сколько продукции производить, основываясь на стратегии конкурентов в предыдущий день. Покажите, что из любого начального положения система будет стремиться к равновесию Нэша.

Задача 7. Есть сторож колхозного поля и вор. На поле можно забраться 3 путями: A , B и C , удалёнными от сторожки на расстояния, соответственно, 1, 4 и 7 километров. В случае поимки вора, сторож ожидает с него штраф \$8, а неприятность каждого километра ходьбы от сторожки для себя оценивает в \$1. Хотя бы один из путей сторож обязан караулить в любом случае.

а) Докажите, что ситуация, когда сторож караулит путь A , а вор ходит путями B и C с вероятностью $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$ соответственно, является равновесием Нэша.

б) Найдите все равновесия Нэша для данной игры: будет ли вор пользоваться в разные дни разными путями, и разные ли пути выгодно караулить сторожу?

Задача 8. Радиостанция объявила, что дарит 1000 рублей одному человеку или по 1000 рублей каждому из двух людей, приславших смс на номер, указанный в прямом эфире. Стоимость смс равна 1 рублю. Участвуют 1002 человека, каждый решает, отправлять ли смс. Если приславших более двух, никто ничего не получает.

а) Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

б) Чему может быть равен выигрыш участников в симметричном (т.е. таком, при котором стратегии участников одинаковы) равновесии Нэша в смешанных стратегиях?

в*) Найдите все симметричные равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

Задача 9. Трое участвуют в телеигре за большой приз. Правила игры такие: каждый записывает тайком число 1, 2 или 3, и затем все одновременно называют свои числа. Побеждает тот, кто назвал наименьшее число, не названное больше никем. Если все трое называют одно и то же число, приз получает телеведущий.

а) Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

б) Докажите, что в любом симметричном равновесии Нэша в смешанных стратегиях выигрыш игроков строго больше нуля.

в) Найдите все симметричные равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

Наглядная статистика. Листок 48, до 20 мая 2021

Задача 1. Оказалось, что рыжие в среднем пьют больше 100 литров фанты в год. Следует ли отсюда, что хотя бы половина рыжих пьёт не меньше 100 литров фанты в год?

Задача 2. а) В стране суммарная зарплата 10% самых высокооплачиваемых работников равна 90% зарплаты всех работников. Может ли так быть, что в каждом из регионов, на которые делится эта страна, зарплата любых 10% работников составляет не более 11% всей зарплаты, выплачиваемой в этом регионе?

б) Верно ли, что если в каждом регионе зарплата 10% самых высокооплачиваемых работников составляет 90% зарплаты всех работников этого региона, то то же самое верно и для всей страны? Если нет, то какой может быть доля их зарплаты?

в) Может ли средняя зарплата 10% самых высокооплачиваемых работников быть в 15 раз больше, чем средняя зарплата всех работников?

Задача 3. а) В некоторой стране выбирают президента из двух кандидатов. Для этого в каждом из 50 штатов определяют, за кого голосует большинство избирателей, а потом выигрывает кандидат, победивший в большинстве штатов. Может ли победить кандидат, за которого голосует только $1/3$ избирателей?

б) Тот же вопрос, но в штатах поровну избирателей.

Задача 4. а) Приведите пример таких бутылок А, Б, В и Г (не обязательно равных), что в бутылке А более концентрированный раствор соли, чем в бутылке Б, а в бутылке В — больший, чем в Г, но если слить вместе А и В, то получится менее концентрированный раствор, чем если слить вместе Б и Г.

б) При испытании нового лекарства выяснилось, что среди мужчин, принимавших препарат, доля вылечившихся была больше, чем среди не принимавших. То же обнаружилось и для женщин. Означает ли это, что среди всех людей доля вылечившихся больше среди тех, кто принимал препарат?

Задача 5. Назовём *рейтингом* страны среднюю величину некоторой характеристики Q её жителей.

а) Несколько граждан страны А переехали в страну Б. Могли ли рейтинги А и Б подняться?

б) Несколько граждан А переехали в Б, и рейтинги обеих стран поднялись. После этого несколько граждан Б переехали в А, и рейтинги снова поднялись. Могло ли такое быть?

в) Несколько граждан В переехали в Г, а несколько граждан Г в Д. При этом рейтинги всех трёх стран поднялись. После этого несколько граждан Д переехали в Г, а несколько граждан Г в В. Могли ли рейтинги всех трёх стран снова подняться?

Задача 6. Можно ли написать на трёх кубиках такие числа, что при бросках на первом в большинстве случаев выпавшее число больше, чем на втором, на втором в большинстве случаев выпавшее число больше, чем на третьем, а на третьем в большинстве случаев больше, чем на первом?

Задача 7. На доске написаны ноль и единица. За ход Петя выбирает случайную написанную на доске цифру и дописывает ещё одну такую же. Через несколько ходов количество цифр на доске стало равным 1000. Что вероятнее — что единиц от 1 до 101, или что их от 450 до 550?

Задача 8. В недалёком будущем преступления смогут совершать лишь люди, в мозг которых не вживлён специальный чип. Известно, что чипы отсутствуют лишь у 0.0001% населения. Полиция ловит человека, не оснащённого чипом, и рассуждает так: «раз у него нет чипа, то он *не является* преступником с вероятностью 0.0001%», после чего пойманного бедолагу упекают за решётку. Найдите ошибку в рассуждении полиции.

Задача 9. В 90% ресторанов, где есть хорошие бургеры, нет хороших крылышек, а в 90% ресторанов, где есть хорошие крылышки, нет хороших бургеров. Значит ли это, наличия хороших бургеров и хороших крылышек являются зависимыми событиями?

Задача 10. Болезнь Паркинсона не зависит ни от наличия мутации А, ни от наличия мутации Б. Следует ли отсюда, что она не зависит от наличия обеих мутаций одновременно?

Задача 11*. Есть два конверта, в одном a рублей, в другом $2a$. Вы выбираете конверт. Сначала вы берёте левый. Потом думаете: «если у меня x рублей, то с равной вероятностью во втором конверте $2x$ и $x/2$ рублей; значит, если я поменяю конверт, то в среднем выигрыш увеличится на $x/4$ ». Поэтому вы меняете конверт. После этого вы повторяете то же самое рассуждение и меняете конверт ещё раз. При этом матожидание выигрыша строго выросло. Где ошибка в приведённом рассуждении?

Задача 12*. Вы платите миллион рублей за право на участие в игре. Потом вы бросаете монетку до тех пор, пока не выкинете решку. Если это произошло на шаге n , то вы получаете 2^n рублей.

Матожидание вашего выигрыша равно $2 \cdot \frac{1}{2^1} + 4 \cdot \frac{1}{2^2} + 8 \cdot \frac{1}{2^3} + \dots$, т.е. бесконечно. Очевидно, вы должны хотеть взять кредит и поучаствовать в подобной игре. Почему это не так?

Аналитические функции. Листок $36\frac{1}{2}$, октябрь 2024

Определение. Пусть f_1, f_2, \dots — последовательность функций. Если для некоторой $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и подмножества $A \subset \mathbb{R}$ для любого $a \in A$ выполнено $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(a) = g(a)$, говорят, что (f_n) *поточечно сходится к g на множестве A* .

Задача 1. Найдите, если он существует, предел поточечной сходимости для последовательности функций на заданном множестве

- а) x^n на $[0; 1]$;
- б) x^n на $[-1; 1]$;
- в) $\sqrt[n]{x}$ на $[0; +\infty)$;
- г) $\sin(2^n x)$ на \mathbb{R} .

Задача 2. Предположим, последовательность непрерывных функций (f_n) поточечно сходится к g на всём \mathbb{R} . Может ли g быть разрывна

- а) в какой-нибудь точке;
- б) во всех точках?

Определение. Говорят, что последовательность функций f_1, f_2, \dots сходится к функции g *равномерно на A* , если для любого $\varepsilon > 0$ найдётся N , такое что при всех $n > N$ и $x \in A$ имеем $|f_n(x) - g(x)| < \varepsilon$.

Задача 3. Какие из последовательностей в задаче 1 сходятся равномерно?

Задача 4. а) Выведите из равномерной сходимости поточечную сходимость.

б) Покажите, что обратное неверно.

в) Пусть последовательность непрерывных функций поточечно сходится к непрерывной функции. Обязательно ли имеет место равномерная сходимость?

Задача 5. Докажите, что предел равномерной сходимости последовательности непрерывных функций всегда является непрерывной функцией.

Задача 6. а) Покажите, что на множестве непрерывных функций $[a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ можно ввести метрику, положив $d(f, g) = \max_{x \in [a; b]} |f(x) - g(x)|$.

б) Проверьте, что полученное метрическое пространство является *полным* (см. определение в листке $31\frac{1}{2}$).

Задача 7. [Равномерная непрерывность] Пусть $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ — непрерывная функция. Докажите, что для любого $\varepsilon > 0$ найдётся $\delta > 0$, такое что для любых x, x' если $|x - x'| < \delta$, то $|f(x) - f(x')| < \varepsilon$.

Определение. Будем говорить, что ряд функций $f_1 + f_2 + \dots$ *сходится*, если последовательность частичных сумм $s_n = f_1 + \dots + f_n$ равномерно сходится к некоторой функции.

Задача 8. Покажите, что

- а) ряд $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$ сходится на любом ограниченном множестве $A \subset \mathbb{R}$;
- б) ряд $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots$ сходится на любом отрезке $[a; b]$, где $|a|, |b| < 1$.

Задача 9. а) Дайте определение *абсолютной сходимости* ряда функций и докажите, что абсолютно сходящийся ряд сходится.

б) Докажите, что условие абсолютной сходимости не нарушается и сумма не меняется при перестановки слагаемых в ряде функций.

Задача 10. Пусть числовой ряд $a_0 + a_1 + a_2 + \dots$ абсолютно сходится. Докажите, что

- а) ряд функций $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$ на отрезке $[-1; 1]$ сходится;

б) ряд функций $a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots$ в некоторой окрестности точки x_0 сходится.

Задача 11. Пусть ряды $\sum f_i$ и $\sum g_i$ абсолютно сходятся к функциям f и g . Занумеруем как-нибудь набор всевозможных произведений $f_i g_j$. Покажите, что

- а) ряд $\sum f_i g_j$ сходится;
- б) его сумма равна fg .

Определение. (*) Говорят, что функция f в точке x_0 задаётся степенным рядом, если существует ряд $a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots$, сходящийся на $[x_0 - r; x_0 + r]$ при некотором $r > 0$ и равный $f(x)$.

Определение. Возьмём открытое множество $U \subset \mathbb{R}$. Функция $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ называется *аналитической*, если она задаётся степенным рядом для любого $x_0 \in U$.

Задача 12. Докажите, что

- а) любой многочлен аналитичен на \mathbb{R} ;
- б) $1/x$ аналитична на $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Задача 13. Докажите, что

- а) аналитическая функция непрерывна;
- б) сумма и произведение аналитических функций аналитичны;¹
- в) композиция аналитических функций аналитична.

Задача 14. Докажите, что f из определения (*) аналитична на интервале $(x_0 - r; x_0 + r)$.

Задача 15. Докажите, что аналитическая функция дифференцируема на всей области определения. Как, зная разложение f в степенной ряд, найти разложение для f' ?

Задача 16. Обозначим $\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$. Докажите, что

- а) функция \exp аналитична;
- б) $\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$;
- в) $\exp'(x) = \exp(x)$;
- г) \exp задаёт биекцию $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$.

Задача 17. Найдите разложение функции, обратной к \exp , в степенной ряд в точке 1.

Кватернионы. Листок 41 $\frac{1}{2}$, февраль 2025

Определение. Кватернионами \mathbb{H} называются выражения вида $a + bi + cj + dk$, где a, b, c, d — произвольные вещественные числа, а i, j, k — формальные переменные. Сложение кватернионов определяется почленно, а умножение — через тождества $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$, а также ассоциативность и дистрибутивность. Кватернионы, для которых $a = 0$, называются *мнимыми*.

Задача 1. а) Составьте таблицу умножения для $1, i, j, k$.

б) Умножьте $a + bi + cj + dk$ и $x + yi + zj + tk$.

Задача 2. Для $q = a + bi + cj + dk$ определим сопряжённое $\bar{q} = a - bi - cj - dk$. Проверьте, что $q\bar{q} = |q|^2$.

Задача 3. Докажите, что $\overline{q_1 q_2} = \bar{q}_2 \cdot \bar{q}_1$ для любых $q_1, q_2 \in \mathbb{H}$.

Задача 4. Докажите, что

- а) у произведения мнимых кватернионов вещественная часть равна их скалярному произведению, а мнимая часть — векторному (как векторов в \mathbb{R}^3);
- б) кватернионы q_1, q_2 ортогональны если и только если кватернион $q_1 \bar{q}_2$ мнимый.

Задача 5. а) Докажите, что при умножении кватернионов их модули перемножаются.

¹Для этого может быть полезно доказать следующую лемму: если степенной ряд $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ сходится равномерно на $[-r; r]$, то найдётся r' , такое что $|a_0| + |a_1|x + |a_2|x^2 + \dots$ сходится равномерно на $[-r'; r']$.

б) Выведите, что если каждое из чисел $m, n \in \mathbb{Z}$ представимо в виде суммы четырёх квадратов, то их произведение mn тоже представимо.

Задача 6.) Пусть $p, q \in \mathbb{H}$ таковы, что $pq = 1$. Докажите, что $qp = 1$.) Докажите, что у любого ненулевого кватерниона существует единственный обратный по умножению.

Задача 7. Для каких $q \in \mathbb{H}$ верно равенство $q^2 = -1$?

Задача 8. Отождествим четырёхмерное пространство \mathbb{R}^4 с \mathbb{H} . Для ненулевого $q \in \mathbb{H}$ определим отображение $R_q : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ по формуле $R_q(h) = qhq^{-1}$. Докажите, что

- а) R_q линейно;
- б) $R_{qt} = R_q$ для любого ненулевого $t \in \mathbb{R}$;
- в) $R_{pq} = R_p \circ R_q$;
- г) R_q сохраняет расстояния между точками в \mathbb{R}^4 ;
- д) R_q переводит мнимые кватернионы в мнимые кватернионы.

Задача 9. Для ненулевого $q \in \mathbb{H}$ обозначим $R'_q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ отображение R_q из предыдущей задачи, ограниченное на подпространство мнимых кватернионов. Обозначим через $q' \in \mathbb{R}^3$ мнимую часть q . Покажите, что если $q' \neq 0$, то R'_q действует на \mathbb{R}^3 поворотом вокруг оси, проходящей через q' .

Задача 10. Докажите, что

- а) для любого поворота $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, сохраняющего начало координат, найдётся $q \in \mathbb{H}$, такой что $R'_q = f$;
- б) если $R'_p = R'_q$, то $pq^{-1} \in \mathbb{R}$.

Основная теорема алгебры. Листок 10d, май 2025

Задача 1. Напомним, *пределом* последовательности $\{z_n\} \subset \mathbb{C}$ называется такое число $w \in \mathbb{C}$, что $\lim_{n \rightarrow \infty} |w - z_n| = 0$.

а) Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a + bi$ если и только если $\lim_{n \rightarrow \infty} \Re(z_n) = a$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \Im(z_n) = b$.

б) Докажите, что из любой последовательности комплексных чисел, ограниченной по модулю, можно выбрать сходящуюся подпоследовательность.

В задачах 2–7 подразумевается, что $\deg f > 0$.

Задача 2. Пусть $f \in \mathbb{C}[x]$.

а) Докажите, что f задаёт непрерывное отображение $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$.

б) Докажите, что $\lim_{|z_n| \rightarrow \infty} |f(z_n)| = \infty$. (Уточните смысл утверждения «предел равен бесконечности».)

Задача 3. Для $f \in \mathbb{C}[x]$ обозначим M множество $\{|f(z)| \mid z \in \mathbb{C}\}$. Докажите, что $M \ni \inf M$.

Задача 4. Докажите, что для любого многочлена f и любого z_0 существуют b_0, b_1, \dots, b_n , такие что $f(z) = b_0 + b_1(z - z_0) + \dots + b_n(z - z_0)^n$.

Задача 5. Пусть $f(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n$, причём $a_0 \neq 0$.

а) Предположим, $a_1 \neq 0$. Докажите, что $|f(w)| < |a_0|$ для некоторого $w \in \mathbb{C}$.

б) Докажите в общем случае, что $|f(w)| < |a_0|$ для некоторого $w \in \mathbb{C}$.

в) Докажите, что если $f(z_0) \neq 0$, то найдётся $w \in \mathbb{C}$, такое что $|f(w)| < |f(z_0)|$.

Задача 6. Для $f \in \mathbb{C}[x]$ возьмём $M = \{|f(z)| \mid z \in \mathbb{C}\}$. Докажите, что если $M \not\ni 0$, то $M \not\ni \inf M$.

Задача 7.[Основная теорема алгебры] Докажите, что любой многочлен над \mathbb{C} а) имеет корень;

б) раскладывается на линейные множители.

Задача 8. Возьмём $f \in \mathbb{C}[x]$.) Докажите, что если $\deg f > 0$, то задаваемое им отображение $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ сюръективно.) Докажите, что если $\deg f > 1$, то задаваемое им отображение $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ не инъективно.

Второе доказательство

Задача 9. Пусть $f \in \mathbb{R}[x]$.

- а) Докажите, что если $\deg f = 2$, то f имеет комплексный корень.
- б) Докажите, что если $\deg f$ нечетна, то f имеет вещественный корень.
- в) Докажите, что если f имеет корень $a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, то $f(x) = (x - a)(x - \bar{a})g(x)$ для некоторого $g \in \mathbb{R}[x]$.

Определение. Многочлен от n переменных $F \in \mathbb{R}[t_1, \dots, t_n]$ называется *симметрическим*, если $F(t_1, t_2, \dots, t_n) = F(t_{\sigma(1)}, t_{\sigma(2)}, \dots, t_{\sigma(n)})$ для любой перестановки $\sigma \in \mathfrak{S}_n$.

Задача 10. Какую размерность имеет пространство симметрических многочленов степени не больше 2?
 степени не больше 3?
 степени не больше 4?

Проследите, как ответ зависит от количества переменных.

Задача 11. а) Докажите, что сумма и произведение симметрических многочленов — снова симметрический многочлен.

б) Докажите, что множитель при x^k в выражении $\prod_{i=1}^n (x - t_i)$ является симметрическим многочленом от t_1, \dots, t_n степени $n - k$. Обозначим его через $s_{n-k}(t_1, \dots, t_n)$.

в) Докажите, что любой симметрический многочлен выражается через многочлены s_k с использованием операций суммы, произведения и умножения на вещественные числа. (Указание: следует убивать мономы в лексикографическом порядке.)

Задача 12. Докажите, что для любого многочлена $f \in \mathbb{R}[x]$ существует поле $\mathbb{K} \supset \mathbb{R}$, над которым f

- а) имеет хотя бы один корень;
- б) раскладывается на линейные множители.

(Указание: для неприводимого многочлена $f \in \mathbb{R}[x]$ множество $\mathbb{R}[x]/(f)$ остатков от деления на f является полем, ср. с задачей 27 $\frac{1}{2}$.10. Имеет ли f корень в этом поле?)

в) Пусть $a, b \in \mathbb{K}$ таковы, что $a + b \in \mathbb{R}$ и $ab \in \mathbb{R}$. Докажите, что $a, b \in \mathbb{C}$.

Задача 13. Пусть $f \in \mathbb{R}[x]$ и поле $\mathbb{K} \supset \mathbb{R}$ таково, что $f(x) = \prod (x - a_i)$. Докажите, что для любого $c \in \mathbb{R}$ многочлен $f_c(x) := \prod_{i < j} (x - a_i - a_j - ca_i a_j)$ имеет вещественные коэффициенты.

Задача 14. а) Докажите, что если $\deg f = 2m$, где m нечетно, то f имеет комплексный корень.

б) Докажите, что любой многочлен с вещественными коэффициентами имеет хотя бы один комплексный корень.

Задача 15. Выведите из предыдущей задачи основную теорему алгебры.

Андрей Рябичев,
 НМУ, школа 179 г. Москвы,
 E-mail: ryabichev@179.ru.

Первые месяцы НМУ в протоколах

Из архивов НМУ

Н. Н. Константинов был одним из идейных вдохновителей и организаторов высшего учебного заведения нового типа в Москве — Независимого Московского Университета (НМУ). В настоящее время математический факультет НМУ (с измененным названием) входит в состав Московского Центра Непрерывного Математического Образования (см. www.mcsme.ru). Мы публикуем сохранившиеся подлинники протоколов, отражающие атмосферу того интересного времени и первые шаги нового учебного заведения.

Ранее материал был опубликован в специальном выпуске журнала “Математическое образование”, посвященном 75-летию Н.Н. Константинова (№ 40, 2007 г.). Доступен на сайте matob.ru в разделе “Архив номеров”.

ПРОТОКОЛ № 1. 16.08.90. Москва

Собрание Учредительного комитета Математического университета в г. Москве

Председатель — Константинов Н.Н.

Секретарь — Комаров С.И.

Присутствовали: см. список в приложении 1.

Повестка дня:

1. О создании новой общественной организации — Учредительного комитета Математического университета в г. Москве.

2. Выборы руководящих органов.

1. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н. — о создании новой общественной организации, ее целях, задачах, об ее уставе.

ПОСТАНОВИЛИ:

1.1. Считать настоящее собрание организационным (учредительным) собранием новой общественной организации — Учредительного комитета Математического университета в г. Москве.

1.2. Принять Устав Учредительного комитета Математического университета.

1.3. Обратиться в Исполком Моссовета с просьбой о регистрации Учредительного комитета Математического университета в г. Москве в качестве общественной организации и об утверждении его Устава.

1.4. Уполномочить Комарова С.И. вести переговоры о регистрации Учредительного комитета.

1.5. Просить Комарову Л.П. предоставить ее квартиру Учредительному комитету в качестве временного юридического адреса.

2. ПОСТАНОВИЛИ:

2.1. Назначить Константинова Н.Н. председателем Учредительного комитета, Вайнтроба А.В. и Комарова С.И. — заместителями председателя.

Председатель

Н.Н.Константинов

Секретарь

С.И.Комаров

**Список членов Учредительного комитета
Математического университета в г. Москве**

- | | | |
|-----|------------------------|--|
| 1. | Адельсон-Вельский Г.М. | — |
| 2. | Бейлинсон А.А. | — ст. н. сотр. ИТФ, профессор МГУ, к.ф-м.н.; |
| 3. | Вайнтроб А.В. | — ст. преп. МГИАИ, к.ф-м.н.; |
| 4. | Васильев В.А. | — |
| 5. | Васильев Н.Б. | — ст. н. сотр. МГУ, к.ф-м.н.; |
| 6. | Давидович Б.М. | — завуч школы № 57 г. Москвы; |
| 7. | Дубровин В.А. | — |
| 8. | Звонкин А.З. | — ст. н. сотр. ИНТ, к.ф-м.н.; |
| 9. | Ильин Г.П. | — |
| 10. | Ильяшенко Ю.С. | — |
| 11. | Имайкин В.М. | — н. сотр. ИНТ, к.ф-м.н.; |
| 12. | Кириллов А.А. | — проф. МГУ, д.ф-м.н.; |
| 13. | Комаров С.И. | — мл. н. сотр. ИНТ; |
| 14. | Константинов Н.Н. | — уч. секр. КНМС “Зодиак”, к.ф-м.н.; |
| 15. | Ландо С.К. | — |
| 16. | Левитов Л. | — ст. н. сотр. ИНТ, к.ф-м.н.; |
| 17. | Семенов А.Л. | — ген. директор ИНТ, д.ф-м.н.; |
| 18. | Одесский А.В. | — |
| 19. | Рудаков А.Н. | — |
| 20. | Скворцов В.А. | — проф. МГУ, д.ф-м.н.; |
| 21. | Сосинский А.Б. | — доцент МИЭМ, к.ф-м.н.; |
| 22. | Фейгин Б.Л. | — |
| 23. | Финкельберг М.В. | — асп. Гарвардского ун-та; |
| 24. | Хованский А.Г. | — |
| 25. | Шень А. | — н. сотр. ИППИ, к.ф-м.н.; |
| 26. | Шубин М.А. | — доцент МГУ, д.ф-м.н.; |
| 27. | Завьялов О.И. | — |

ПРОТОКОЛ № 7. 11.10.91. Москва

Заседание Правления УК Математического ун-та в г. Москве

Председатель — Константинов Н.Н.

Секретарь — Комаров С.И.

Присутствовали: Имайкин В.М., Константинов Н.Н., Комаров С.И., Ландо С.К., Рудаков А.Н., Сосинский А.Б.

Повестка дня:

1. Об утверждении списка студентов математического факультета НМУ на 1 семестр (сентябрь-декабрь 1991 г.).
2. Об утверждении новых преподавателей.
3. О стажерах математического факультета НМУ.
4. О сроках окончания 1 семестра.
5. Об экзаменах за 1 семестр.
6. О публикациях информационных сообщений о НМУ и его математическом факультете.
7. Разное.

1. СЛУШАЛИ:

Комарова С.И. — о результатах осеннего вступительного экзамена на математический факультет НМУ и формировании списка студентов по результатам экзаменов.

ПОСТАНОВИЛИ:

1.1. Утвердить список студентов математического факультета НМУ на 1 семестр (сентябрь-декабрь 1991 г.) в количестве 40 человек (см. список в приложении 1).

2. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н., Ландо С.К. — о включении Неретина Ю.А. и Грибкова И.В. в состав преподавателей по математическому анализу на 1 семестр.

ПОСТАНОВИЛИ:

2.1. Включить Неретина Ю.А. в состав преподавателей математического факультета НМУ на 1 семестр (сентябрь-декабрь 1991 г.).

2.2. Отложить вопрос о включении Грибкова И.В. в состав преподавателей математического факультета НМУ на 1 семестр до очередного заседания правления УК. До принятия окончательного решения по данному вопросу оплачивать работу Грибкова И.В. в полном размере.

3. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н., Сосинского А.Б. — о стажерстве как форме подготовки преподавателей для математического факультета НМУ; Рудакова А.Н. — о кандидатурах стажеров на 1 семестр; Комарова С.И. — о размерах оплаты стажеров.

ПОСТАНОВИЛИ:

3.1. Одобрить введение на математическом факультете НМУ института стажерства.

3.2. Утвердить стажерами на 1 семестр (сентябрь-декабрь 1991 г.) Зюзину Е.Ю. и Тюрина Н.А.

3.3. Утвердить оплату стажеров в размере 15 руб/час.

3.4. Внести соответствующие изменения в списки преподавателей и в перечень размеров оплаты труда на математическом факультет НМУ (см. приложение 3).

4. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н. — о сроках окончания 1 семестра.

ПОСТАНОВИЛИ:

4.1. Считать сроком окончания 1 семестра (сентябрь-декабрь 1991 г.) 15 декабря 1991 г.

4.2. Зачетную и экзаменационную сессии завершить в основном в первой неделе декабря.

5. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н., Рудакова А.Н., Ландо С.К. — предложения о формах проведения экзаменов за 1 семестр, о порядке сдачи зачетов и экзаменов.

ПОСТАНОВИЛИ:

5.1. Подготовить предложения по данному вопросу к очередному заседанию Правления УК.

6. СЛУШАЛИ:

Ландо С.К., Константинова Н.Н. — о возможных формах публикации сообщений о НМУ и математическом факультет НМУ.

7. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н. — о вопросах, связанных с организацией занятий во 2 семестре (февраль - май 1992 г.);

Комарова С.И. — о необходимости проведения заседания Совета математического факультета НМУ.

ПОСТАНОВИЛИ:

7.1. Подготовить предложения для Совета математического факультета НМУ и Правления УК по организации занятий во 2 семестре к очередному заседанию Правления УК.

7.2. Просить Совет математического факультета НМУ о проведении его заседания в октябре 1991 г.

Председатель
Секретарь

Н.Н.Константинов
С.И.Комаров

Приложение 1
к ПРОТОКОЛУ №7 заседания Правления
Учредительного комитета Математического университета в г. Москве.
Студенты математического факультета НМУ.
1 курс, 1 семестр, 1991/92 уч. год.

1. Артемов Георгий Евгеньевич
2. Билецкий Олег Михайлович
3. Блинов Михаил Львович
4. Буссукайя Искандер
5. Бычкова Юлия Сергеевна
6. Вологодский Вадим Александрович
7. Глуховский Илья Александрович
8. Дранев Юрий Яковлевич
9. Дубнов Дмитрий Владимирович
10. Еленик Илья Владимирович
11. Зуев Юрий Борисович
12. Иванов Андрей Борисович
13. Калинин Евгений Дмитриевич
14. Кановей Григорий Владимирович
15. Котлов Геннадий Борисович
16. Кузьмин Андрей Викторович
17. Львовский Андрей Михайлович
18. Ниязов Владимир Усманович
19. Панов Андрей Алексеевич
20. Пастухов Станислав Вениаминович
21. Петровская Анна Владимировна
22. Плотников Сергей Владимирович
23. Поляков Максим Евгеньевич
24. Посицельский Семен Ефимович
25. Пугачев Олег Всеволодович
26. Ретах Александр Владимирович
27. Самохин Александр Валерьевич
28. Сапожников Дмитрий Леонидович
29. Сирота Анна Александровна
30. Соловьев Александр Владимирович
31. Тейблом Дмитрий Михайлович
32. Темкин Михаил Александрович
33. Титаренко Андрей Юрьевич
34. Турчин Виктор Эдуардович
35. Федоровский Николай Евгеньевич

36. Филатов Александр Александрович
37. Филатов Константин Николаевич
38. Червов Александр
39. Ярский Дмитрий Александрович
40. Яшин Андрей Викторович

Председатель
Секретарь

Н.Н.Константинов
С.И.Комаров

Приложение 2
к ПРОТОКОЛУ №7 заседания Правления
Учредительного комитета Математического
университета в г. Москве от 11.10.91.

Список преподавателей и стажеров математического
факультета НМУ в 1 семестре
(сентябрь-декабрь 1991 г.)

Преподаватели.

1. Васильев В.А. — математический анализ
2. Горелик Е.М. — математический анализ
3. Городенцев А.Л. — алгебра
4. Имайкин В.М. — математический анализ
5. Карпов В.В. — алгебра
6. Кулешов С.А. — алгебра
7. Ландо С.К. — математический анализ
8. Неретин Ю.А. — математический анализ
9. Орлов Д.О. — алгебра

Стажеры

1. Зюзина Е.Ю. — алгебра
2. Тюрин Н.А. — алгебра

Председатель
Секретарь

Н.Н.Константинов
С.И.Комаров

ПРОТОКОЛ № 1. 29.10.91. г. Москва

Заседание Совета Математического ф-та НМУ.

Председатель — В.И.Арнольд
Секретарь — С.И.Комаров

Присутствовали: члены Совета Арнольд В.И., Кириллов А.А., Рудаков А.Н., Тихомиров В.М., Хованский А.Г.; зам. декана матем. ф-та НМУ Константинов Н.Н., начальник курса Комаров С.И.

Повестка дня:

1. Утверждение курсов лекций, лекторов и преподавателей математического ф-та на I семестр.
2. О зачетах и экзаменах за I семестр.
3. Об учебных курсах и лекторах во втором семестре.

1. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н. — о составе лекторов и преподавателей.

ПОСТАНОВИЛИ:

1.1. Утвердить лекторами в I семестре по алгебре — Рудакова А.Н., по математическому анализу — Кириллова А.А., по математическому английскому языку — Сосинского А.Б.

2. СЛУШАЛИ:

Константинова Н.Н. — предложения о формах и сроках проведения зачетов и экзаменов;

Арнольда В.И. — о формах проведения экзаменов по алгебре и мат. анализу, об опубликовании списка экзаменационных задач.

ПОСТАНОВИЛИ:

2.1. Рекомендовать провести экзамены по алгебре и математическому анализу за I семестр в письменной форме.

2.2. Опубликовать списки экзаменационных задач и другие материалы курсов, прочитанных в I семестре.

2.3. Утвердить сроки проведения зачетов и экзаменов, предложенных Правлением УК ММУ.

3. Слушали:

Константинова Н.Н. — поставлен вопрос о необходимости подготовить предложения о курсах и лекторах во втором семестре.

Председатель

Секретарь

ПРОТОКОЛ № 8. 22.11.91. Москва

Заседание Правления УК Математического ун-та в г. Москве

Председатель — Константинов Н.Н.

Секретарь — Комаров С.И.

Присутствовали: Имайкин В.М., Константинов Н.Н., Комаров С.И., Ландо С.К., Рудаков А.Н., Сосинский А.Б.

Повестка дня:

1. О порядке сдачи зачетов и экзаменов.
2. О расписании экзаменов.
3. Об основных принципах устройства НМУ.

1. Слушали:

Имайкина В.М., Комарова С.И., Сосинского А.Б. — о порядке сдачи зачетов и экзаменов.

ПОСТАНОВИЛИ:

1.1. Утвердить следующий порядок сдачи зачетов и экзаменов:

- к экзаменам допускаются студенты и слушатели, сдавшие зачет по соответствующему предмету,
- зачет проводится в устной форме преподавателями по спискам задач, согласованных с лектором,
- экзамены проводятся письменно по спискам задач, предложенным лекторами, время экзамена 4 часа,

- зачеты проводятся по алгебре и математическому анализу,
- экзамены проводятся по алгебре, математическому анализу и математическому английскому языку,

- экзамены по алгебре и математическому анализу считать обязательными.

2. Слушали:

Комарова С.И. — о расписании экзаменов.

ПОСТАНОВИЛИ:

2.1. Провести экзамены в следующие сроки:

- по алгебре 1.12.91

- по математическому анализу 5.12.91
- по математическому английскому языку 8.12.91.

3. Слушали:

Комарова С.И., Рудакова А.Н., Константинова Н.Н. — об основных принципах структуры и устройства Независимого Московского Университета.

Председатель:

Секретарь:

Жизнь школы в фотографиях

Снимки представил директор школы П.А. Якушкин



2012 год. День математика. Голубева — завуч школы и Л.Г. Бабат.



2012 год. День математика. Юрий Лысов, Всеволод Борисов, Лев Бабат.



2016 год. Урок геометрии — Слободник и Бабат. Скриншот 3Д-записи урока.



2017 год. День математика. Бабат, Лысов, Слободник.



2017 год. День математика. Л.Г. Бабат.



2017 год. День математика. Л.Г. Бабат и ХХХ.



18.02.2017, День математика, галерка актового зала.



Лев Георгиевич Бабат.

П.А. Якушкин представляет

Урок геометрии в 9Б1 классе Школы № 179 в 2016 году в 3D.

Это была видеозапись длиной около 40 минут.

Учителя: Семен Григорьевич Слободник и Лев Георгиевич Бабат.

История этой 3D-видеозаписи следующая.

Весной 2016 года через тогдашнее руководство МИОО (школа № 179 входила в состав института), ко мне, как к директору школы, обратилась некоторая компьютерная фирма из Санкт-Петербурга, занимавшаяся модной в то время тематикой — созданием учебного контента в 3D-формате. Сейчас былой энтузиазм к этой теме поугас. Но тогда образовательному начальству казалось, что загнав учебные материалы в такой формат в виде роликов, мультиков, игровых элементов и даже записей полноценных уроков лучших учителей страны, они получают мощный ресурс для повышения качества образования.

И вот в школу 179, уже тогда бывшую в топах московского и российского рейтингов, приехала съёмочная группа из Питера. Они привезли аппаратуру, способную снимать картинку 360 градусов, очень крутую камеру, по тем временам. Были проведены съемки шести уроков (Алгебры, Геометрии, Матанализа, Физики, Информатики, Технологии). Камеру ставили на вторую парту по центральному ряду, как бы на место ученика, сидящего прямо перед учителем. Перед уроком оператор ее включал и до окончания не трогал. Т.е. воздействие на учебный процесс было минимальное, и урок проходил практически как обычно. Но, увы...

Результат оказался очевидным и предсказуемым для нас и неожиданно печальным для руководителей института и менеджеров этой компании. Как конспект урока для учителя, просмотра дисциплинарных и рабочих моментов, а также для некоторого освежения элементов урока учениками, он несомненно годился. Но это как из пушки по воробьям... Цель-то была иная. Им хотелось снять урок успешного преподавателя, чтобы по этой записи все школьники страны осваивали сложные темы... Этого не получилось. Да и не могло, если задуматься.

Да, надев на себя 3D-очки со смартфоном, можно погрузиться в атмосферу урока. Можно сколько хочешь крутить головой, и на тебя никто не отвлечётся, а ты можешь увидеть, как тех, кто погружен в происходящее, так и тех, кто отвлекается на посторонние дела... Н-да, вроде это делалось не за тем. Слушаем урок, но задать вопрос не можем. Хуже того, все что-то записывают, рисуют задачи в тетради, а ты лишен этой возможности. А потом всем предложено что-то выполнить на бумаге... И мало того, что ты не можешь этого делать (разве что мысленно в голове...), так еще должен ждать три-пять-десять минут, пока начнется какое-то обсуждение задания... Тоска.

Проект не пошел. И съемки прекратились не только у нас, но и в других местах.

А видео-файлы сохранились. И как объект исторического наследия нашей школы, всей культуры математических Константиновских классов, останется эта запись урока геометрии в 8Б2 классе 179-й школы Москвы, который в апреле 2016 года провели два замечательных педагога: Семен Григорьевич Слободник и Лев Георгиевич Бабат. При том, что они сами одноклассники, ученики первого математического класса Николая Николаевича Константинова, выпускники 1966 года московской школы № 7.

К этой заметке прилагается скриншот кадра этого видео, см. первый рисунок на стр. 37. Само видео можно посмотреть перейдя по предложенной ниже ссылке или через QR-код. Видео геометрия.mp4



Прямая ссылка: <https://drive.google.com/file/d/1c2E6p07MXIq4mQaFWfpsKbsvMQ2EZVfe/view>



Выпуск 1966 г. Школа7, класс 10Г.